РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПЕРВОГО ТУРА

(условия задач см. в № 2, 2010 г.)

1. Ответ: 8. Очевидно, что в пирамидке не может быть больше 8 *неправильно* положенных колец (два крайних кольца имеют только по одному соседу). А 8 колец неправильно положить можно (рис. 1).

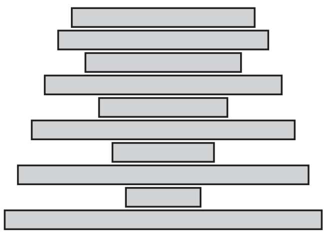
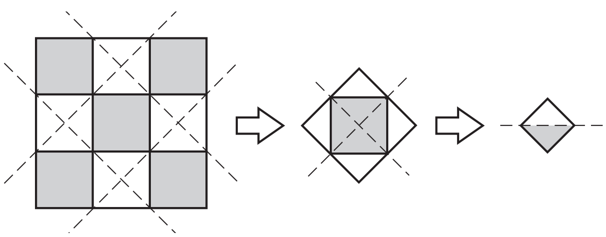


Рис. 1

2. Ответ: R = 13350, ОХОХО = 83838.

3. Пусть мальчиков на балу было n, а девочек m. Поскольку мальчики образовали $3n$ танцующих пар, а девочки $3m$ и $3n = 3m$, то $n = m$.

4. Задача для случая квадрата 4×4 подробно разобрана в книге: *Джин Якияма, Мари-Джо Руис*. Страна математических чудес. — М. : МЦНМО, 2009. — 240 с. — С. 165–178. Покажем, как мог действовать фокусник в случае квадрата 3×3. Сначала он перегнул квадрат по пунктирным линиям, показанным на рис. 2*а*, затем по пунктирным линиям, показанным на рис. 2*б*, а потом разрезал по пунктирной линии, показанной на рис. 2*в*.



а *б* *в*

Рис. 2

5. Ответ: Петя складывал числа 3566 и 8779, но к первому по ошибке приписал в конце пятерку и на самом деле сложил числа 35665 и 8779.

Пусть Пете надо было сложить числа x и y. Когда он к одному из них (для определенности — к x) приписал некоторую цифру c, то в результате число стало равно $10x + c$. Таким образом, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 12345 \\ (10x + c) + y = 44444. \end{cases}$$

Вычитая из второго уравнения первое, получаем $9x + c = 32099$, то есть $9x = 32099 - c$. Таким образом, число $32099 - c$ делится на 9. Учитывая, что c — *цифра*, находим, что единственное возможное ее значение — это $c = 5$ (можно в этом убедиться прямой проверкой, а можно использовать признак делимости на 9 — так проще). В таком случае

$$9x = 32099 - c = 32094,$$
$$\text{и } x = 32094 : 9 = 3566,$$

тогда $y = 12345 - x = 8779$.

6. Ответ: $e = v = r = i = k = a = 1$.

Исходное уравнение преобразуется к виду:

$$(e - 1)^2 + (v - 1)^2 + (r - 1)^2 + (i - 1)^2 + (k - 1)^2 + (a - 1)^2 = 0,$$

а сумма неположительных слагаемых равна нулю тогда и только тогда, когда все эти слагаемые нулевые.

«РАЗБОР ПОЛЕТОВ»

Краткий обзор присланных решений I тура конкурса «Эврика!»-2010.

Редакция получила много писем с решениями задач I тура конкурса «Эврика!». Отрадно отметить, что не перевелись еще на Руси рыцари, готовые сразиться со сложными проблемами. В целом читатели нашего журнала с заданиями справились хорошо: «*Ваши задачи трудны, но решить их можно*», — сообщил нам семиклассник из города Барнаула Алексей Шарыгин.

Отмечая высокий уровень присланных решений в целом, полезно разобрать некоторые ошибки.

Общие рекомендации всем участникам

Краткие ответы к задачам, даже если они правильные, не могут конкурировать с решениями, в которых приводятся необходимые разъяснения.

Это не значит, что все решения нужно оформлять чрезвычайно подробно — нет! Важно отметить ключевые идеи рассуждений. Например, в решении задачи 6 такой идеей является следующая: «Если сумма квадратов нескольких чисел равна нулю, то ***все*** слагаемые в этой сумме равны нулю».

Туманные намеки решениями не являются.

В одном из писем в качестве «решения» задачи 4 предлагалось такое: «*Сложить все к центру и разрезать*». Автор этой фразы, пытаясь сэкономить время на оформлении решения, к сожалению, время потерял.

Внимательно читайте условие задачи.

Так, в задаче 1 «неправильно положенным кольцом» пирамидки объявлялось такое, у которого ***оба*** соседа — и сверху, и снизу — либо больше его, либо меньше его. Исходя из этого определения, крайние кольца пирамидки «неправильно положенными» считать нельзя, но это ускользнуло от одного из участников. А сколько раз коварный «минус» в выкладках превращается в «плюс»! Каждый раз, когда вы сдаете свою работу на ответственную проверку, будь то конкурс, тест или экзамен, пробегитесь глазами по тексту — наверняка заметите какую-нибудь «*очепятку*»...

Другие замечания по решениям

С **задачей 1** справились 84% участников, предложив несколько различных вариантов «максимально неправильной» укладки колец. В этой связи возникает еще одна интересная задача: а сколько всего таких различных укладок существует? Или, в другой формулировке: какова вероятность того, что, собирая пирамидку «как попало», маленький Матвей создаст укладку из 8 неправильно положенных колец?

Задача 1 является простейшей представительницей обширного класса задач, предлагаемых на олимпиадах различного уровня. Олимпиадники называют их «задачами на оценку плюс пример». Решения их рекомендуется оформлять в два этапа: сначала произвести оценку, например, «больше 8 колец уложить нельзя», а затем предъявить пример, когда крайнее значение оценки достигается.

С **задачей 2** справились 89% участников.

Задачу 3 одолели 47% школьников, при этом еще 30% участников угадали верный ответ, не сумев его правильно объяснить. В ошибочных решениях в предположении, что количество мальчиков не равно количеству девочек, конструировались конкретные схемы танцевальных пар (то есть, по сути, разбирались некие частные случаи) и показывалось, что такие схемы невозможны.

Задачу 4 решили 90% наших читателей. Многим помогли бумага и ножницы. Количество успешных решений этой задачи было бы больше, если бы оставшиеся участники не преминули воспользоваться этими нехитрыми инструментами. Иначе чем объяснить такую ошибку, прокравшуюся в две работы:

«*Если перегнуть бумагу так, чтобы маленький серый прямоугольник на рис. 1 полностью наложился на большой серый треугольник, то получится рисунок 2*»?

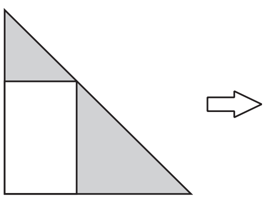


Рис. 1

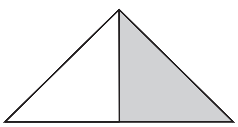


Рис. 2

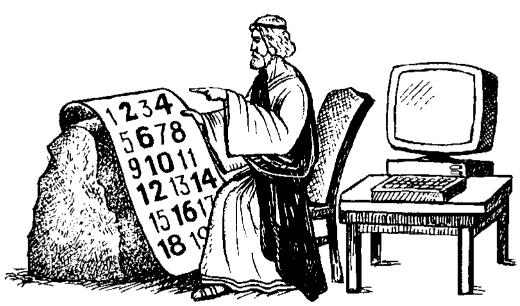
Задача 5 — 97% успешных решений.

Задача 6 — 46% корректных решений. Любопытно, что этот трудный «бастион» пытались «штурмовать» даже пятиклассники и шестиклассники. Многие из них, в частности, обнаружили, что значения $e = v = r = i = k = a = 1$ прекрасно подходят. Обосновать же *единственность* этого решения им не удалось по вполне естественной причине: формулы сокращенного умножения изучаются в курсе алгебры по программе седьмого класса. Конечно же, задача 6 прежде всего предназначалась для более старших школьников. Но и успешно сражавшиеся с ней младшие школьники получили по 1 баллу.

В некоторых решениях задачи 6 встретилась ошибка, которую в «препарированном» варианте можно сформулировать так: «*Если* $x + y = 2 + 3$, *то* $x = 2$, $y = 3$, *или* $x = 3$, $y = 2$». На самом деле равенству $x + y = 5$ удовлетворяют бесконечно много различных (но взаимосвязанных) значений x и y.

Ниже приводим список сорока участников, набравших наибольшее количество очков в I туре. Он составлен в алфавитном порядке, а жирным шрифтом выделены фамилии тех, кто верно решил все 6 задач (10 участников и 1 математический кружок).

Александр Жуков



Список первых сорока участников, набравших наибольшее количество очков в I туре

1. Абанькин Роман (Ульяновская обл, г. Димитровград)
2. Ефремова Елизавета (Ульяновская обл, г. Димитровград)
3. Арсентьев Андрей (г. Чебоксары)
4. **Бердников Павел Алексеевич** (г. Сыктывкар)
5. Ванькова Владлена (Иркутская обл., Зиминский р-н, с. Покровка)
6. Вотякова Мария (г. Чебоксары)
7. **Галушко Кирилл** (Ульяновская обл, г. Димитровград)
8. Глушакова Мария (г. Смоленск)
9. Гордеева Татьяна (г. Чебоксары)
10. Горячев Вячеслав (Ульяновская обл, г. Димитровград)
11. Ефимов Евгений (г. Чебоксары)
12. Иванов Александр (Ульяновская обл, г. Димитровград)
13. **Канев Дмитрий** (г. Сыктывкар)
14. Кирпичева Татьяна (г. Чебоксары)
15. Коновалов Дмитрий (г. Вологда)
16. Крылов Евгений (г. Омск)
17. **Липнягова Елена** (г. Чебоксары)
18. **Ляхов Павел** (Волгоградская обл., г. Волжский)
19. Максимов А. (Ульяновская обл., г. Димитровград)
20. Манаенков Максим (Волгоградская обл., г. Волжский)
21. Мережков Виталий (г. Тула)
22. Муралев Денис (Ульяновская обл, г. Димитровград)
23. **Мусаткина Дарья** (г. Чебоксары)
24. **Наумов Дмитрий** (г. Астрахань)
25. Некрасова Елизавета (Ульяновская обл, г. Димитровград)
26. Орлов Максим
27. Ососков Богдан (Алтайский край, г. Барнаул)
28. Очков Дмитрий Анатольевич (г. Чебоксары)
29. **Подкин Павел** (г. Чебоксары)
30. Сорокин Никита (г. Чебоксары)
31. Стрелецкий Евгений (Курганская обл., Притобольный р-н, с. Боровлянка)
32. **Тагирова Рената** (г. Белорецк)
33. Шарыгин Алексей (Алтайский край, г. Барнаул)
34. Щербаков Дмитрий (Алтайский край, г. Барнаул)
35. Яхонтов Тимофей (г. Чебоксары)
36. **Патунин Дмитрий** (г. Пенза)
37. Ивахненко Виктория (Курская обл., Обоянский р-н)
38. Фомченко Александр (Ульяновская обл. г. Димитровград)
39. Юсупов Валерий (г. Сыктывкар)
40. **Математический кружок** г. Мытищи, рук. **Дорофеев Владимир Леонидович**