КОНКУРС «ЭВРИКА!»

Предлагаем задания заключительного IV тура конкурса решения задач 2011 года, предназначенный прежде всего для учащихся 5–9 классов. Итоги его будут подведены во втором номере журнала за 2012 год. В скобках рядом с номерами задач указываются классы, для учащихся которых эти задачи доступны. Победители конкурса среди пяти- и шестиклассников будут определяться по результатам решения посильных для них задач. Решения присылайте до 1 января 2012 года. В письме сообщите свою фамилию, имя, класс и номер школы, в которой вы учитесь. Письма присылайте на адрес редакции: **127254, Москва, ул. Руставели, д. 10, корп. 3, с пометкой «Эврика!»** (или же присылайте решения в формате «.doc» на электронный адрес: **mathematics@schoolpress.ru**).
Победителей конкурса «Эврика!» ждут дипломы и специальные призы!

Задания четвертого тура

22. (5–9).

— У меня средний рост, но ведь большинство коротышек в Солнечном городе ниже среднего роста! — заявил Незнайка.

Можно ли верить этим словам?

Е.С. Вентцель

23. (5–9). Докажите, что на поверхности двух разных картошек можно нарисовать одинаковые замкнутые кривые (если обе картошки уничтожить, то одна кривая накладывается на другую с помощью сдвига).

Г. Гальперин

24. (5–9). Как расставить по десяти свободным местам в произведении

(... + ...)(... + ...)(... + ...)(... + ...)(... + ...)

все десять цифр так, чтобы результат был наименьшим?

С. Дворянинов

25. (5–9). Петя, участник конкурса «Эврика», поделил год рождения своего учителя математики на натуральное число с остатком. Оказалось, что остаток во столько же раз меньше делителя, во сколько раз он больше неполного частного. Определите этот остаток.

И. Акулич

26. (7–9). Два натуральных числа a и b такие, что два другие числа: $a^2 + 2b + 1$, а также $b^2 + 2a + 1$ являются квадратами целых чисел. Докажите, что $a = b$.

В. Произволов

27. (8–9). У профессора Синуса-Минуса куда-то запропастилась линейка — как раз в тот самый момент, когда ему потребовалось разделить диагональ AC правильного шестиугольника (рис. 1) на три равные части. Помогите ему это сделать с помощью циркуля — этот инструмент он пока еще не успел потерять.

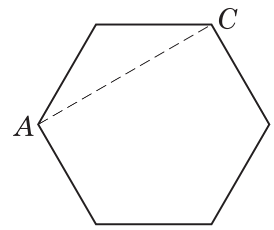

Рис. 1

Р. Сарбаш

28. (7–9). Подставьте вместо величин e, v, r, i, k, a, x натуральные числа так, чтобы равенство

$$e! + v! + r! + i! + k! + a! = x!$$

оказалось верным. Найдите все решения.

Напомним, что *факториал* натурального числа n (при $n > 1$) определяется следующим образом: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$, кроме того, факториал числа 1 по определению полагается равным 1.

Л. Штейнгарц

29. (8–9). Моделер Крольчишкин из черных и белых квадратиков одинакового размера сшил одеяло в виде шахматной доски (рис. 2). Но этот узор ему не понравился!

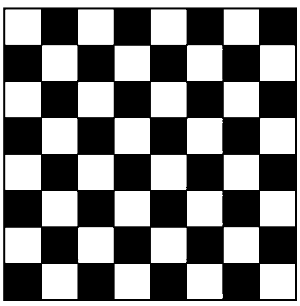

Рис. 2

И тогда моделер Крольчишкин вознамерился переделать его — из тех же самых лоскутков сшить другое одеяло с большим черным квадратом в центре, как показано на рисунке 3. Но вот проблема — как это сделать?

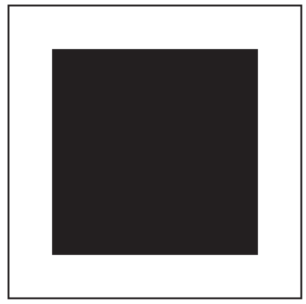

Рис. 3

Помогите моделеру Крольчишкину перекроить одеяло, показанное на рис. 2, так, чтобы из его составных частей — без отходов и без добавления других лоскутков — можно было бы сшить одеяло, показанное на рисунке 3.

В.И. Мартынов

30. (8–9). Если на числовой прямой точка A является серединой отрезка с концами X и Y, то будем называть число Y симметричным числу X относительно числа A. Например, числа 3 и 7 симметричны относительно числа 5.

Рассмотрим некоторый набор M чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$ на числовой оси. Для каждого числа из этого набора найдем число, симметричное ему относительно среднего арифметического всех чисел набора. Совокупность новых чисел обозначим N.

Исследуйте, какими свойствами обладает набор чисел N.

С. Дворянинов